Из „Sphaerica" видно, что понятие о сферическом треугольнике, его сторонах и углах, было уже общеизвестным. В первых двух книгах этого труда вопрос о равенстве и неравенстве сторон и углов в одном или двух сферических треугольниках исследуется с той же тщательностью, с какой Эвклид изучает в первой книге „Начал" соответствующие более легкие вопросы, относящиеся к плоским треугольникам.

Третья книга начинается с основной теоремы, на которую мы только что указали и которая является распространением на сферическую геометрию одной планиметрической теоремы, тесно связанной с вопросами, рассматриваемыми в эвклидовых „Поризмах", а именно с следующей теоремой: если прямая пересекает в точках D, E, F стороны треугольника ABC, противолежащие углам A, B, C, то

$$\frac{BD}{CD} \cdot \frac{CE}{AE} \cdot \frac{AF}{BF} = 1.$$

Легко видеть, что теорема эта сохраняет силу, если заменить прямые линии дугами больших кругов на одном и том же шаре, а прямолинейные отрезки синусами отрезков дуг — хордами двойных дуг, как сказал бы Менелай.

Приложения Менелаем этой теоремы являются также подражанием планиметрическим теоремам, которые можно было найти в „Началах" и „Поризмах" Эвклида или в других подобных трудах; и если мы для большей простоты употребляем выражение *синус* — как это делали еврейские и греческие авторы, сохранившие для нас утерянный в оригинале труд Менелая — то следует иметь в виду, что в названных приложениях слово *синус* никогда не относится к углам сферических фигур, а только к их сторонам или дугам больших кругов. Эти *синусы* — или в одном специальном случае их отношения к *синусам* дополнительных углов, т. е. *тангенсы* — заменяют всегда прямоугольные отрезки плоской фигуры. Отсюда можно заключить, что греки никогда не помышляли о том, чтобы найти общую зависимость между углами и сторонами треугольников — как плоских, так и сферических.

В качестве образчика результатов, получаемых Менелаем с помощью его основной теоремы, мы приведем распространение на шар эвклидовой теоремы о пропорциональности между двумя сторонами плоского треугольника и отрезками, отсекаемыми на третьей стороне биссектрисой противолежащего угла. Еще более непосредственным приложением менелаевой теоремы было предложение, широко употреблявшееся впоследствии арабскими астрономами и известное у них под названием *правила четырех величин*. Для получения его надо (см. фиг. 27) принять $AF = AE = 90°$, тогда формула Менелая сводится к

$$\frac{\sin BF}{\sin CE} = \frac{\sin BD}{\sin CD}.$$